

Modelación y pronóstico de la estructura temporal de  
las tasas de interés de los bonos mexicanos

## **RESUMEN EJECUTIVO**

### **Objetivo**

El objetivo de este trabajo es determinar un modelo que sea útil para estimar y pronosticar apropiadamente los rendimientos de las tasas de interés de los bonos gubernamentales mexicanos cupón cero. Para lograr este objetivo se compara el modelo dinámico de tres factores de Nelson-Siegel con la extensión a cuatro factores que da origen al modelo de Nelson-Siegel y Svensson. La metodología utilizada en este documento consiste en realizar estimaciones a dos pasos, con base en los modelos Auto-Regresivo de orden uno y Vector Auto-Regresivo de orden uno, así como la estimación a un paso mediante un modelo de Espacio de Estados.

### **Antecedentes**

El pronóstico de estructuras de tasas de interés y de los rendimientos de los bonos cupón cero mexicanos es de gran importancia para los manejadores de fondos de inversión, analistas financieros, operadoras de fondos para el retiro, tesorerías y mesas de dinero de instituciones financieras. Este enfoque es de mayor relevancia en mercados en los que existe escasez de bonos para nodos de la curva de tasas donde los administradores de portafolios requieren conocer el nivel de la tasa para poder efectuar valuaciones de instrumentos financieros u otorgar un valor a la estimación del riesgo de mercado o de descalce de las obligaciones, como es el caso de las compañías de seguros.

La utilización de un modelo que ayude a la estimación y pronóstico para la construcción de curvas de tasas es primordial en mercados con incertidumbre. Los análisis que se presentan en este trabajo tienen como base algunos trabajos previamente realizados por otros autores para mejorar los modelos más utilizados en la práctica, esto es, los de Nelson-Siegel y de Nelson-Siegel-Svensson. Uno de los trabajos más recientes es el publicado en el año 2006 por Diebold y Li, quienes extendieron el modelo parsimonioso de tres factores de Nelson-Siegel a su forma dinámica, logrando con ello mejorar la capacidad de pronóstico de la curva de tasas

al utilizar la aproximación a dos pasos. El primero de esos pasos sirve para estimar los tres factores del modelo (nivel, pendiente y curvatura), para después modelarlos y pronosticarlos. En ese mismo año, Diebold, Rudebusch y Aruoba propusieron una aproximación a un paso que utiliza un modelo de Espacio de Estados para estimar, modelar y pronosticar los tres factores al mismo tiempo. Estos autores esperaban que el modelo de Espacio de Estados con estimación en un paso mejorara el pronóstico de valores fuera de la muestra, ya que el modelo unifica el marco de pronóstico; sin embargo, curiosamente el modelo no se probó para realizar pronósticos de valores que estuvieran fuera de la muestra.

Por otro lado, en 2007, Almeida, Gomes, Leite y Vicente emplearon el método propuesto por Diebold y Li, para fijar el valor del parámetro que controla la caída exponencial y los plazos en los que la carga sobre la curvatura alcanza el máximo (el parámetro llamado  $\lambda$ ) como el valor que minimiza la Raíz del Error Cuadrado Medio de los errores del pronóstico. Posteriormente, Yu y Zivot en 2010 realizaron un análisis con el modelo de tres factores para tasas de los bonos gubernamentales y corporativos estadounidenses que contenían diferentes calificaciones otorgadas por Standard and Poor's y diferentes plazos. Su conclusión fue que la estimación a dos pasos del modelo dinámico de Nelson y Siegel, con un modelo autorregresivo, arroja los mejores pronósticos de las tasas de rendimiento.

Para el mercado mexicano, Márquez, Nogués y Vélez presentaron en 2013 una investigación centrada en el parámetro de decaimiento ( $\lambda$ ) se tendrá un buen ajuste en los plazos cortos o en los largos, pero no en ambos.

## **Índice**

El trabajo se divide en cinco secciones: la primera define los conceptos más relevantes y recapitula de manera breve sobre los trabajos que sirvieron como punto de partida para esta investigación. La segunda presenta el marco teórico sobre los modelos utilizados y se hace hincapié en la definición de un bono en general, así como de un bono cupón cero en particular, mostrando sus diferencias y el cálculo del precio teórico. De igual modo es importante describir

cada uno de los modelos y metodologías para la estimación de los factores utilizados en esta investigación. Por ello primero se describe en detalle el modelo de Nelson-Siegel de tres factores y después se presenta la extensión al modelo de Nelson-Siegel-Svensson. También se menciona el modelo autorregresivo de orden uno y el modelo de vector autorregresivo de orden uno, al igual que el modelo de Espacio de Estados. Se presentan asimismo algunas herramientas estadísticas que permiten realizar los cálculos y algunas pruebas para validar la adecuación de los modelos empíricamente. Esta sección es la de mayor contenido técnico estadístico y puede ser omitida por aquellos lectores que ya tienen conocimiento de los modelos y de las pruebas estadísticas que los validan.

La tercera y cuarta secciones describen con cierto detalle la aplicación, en lo que toca al fenómeno que se analiza, a los datos utilizados para hacer el análisis y los correspondientes resultados obtenidos. La última sección presenta las conclusiones que surgieron de esta investigación, en particular para obtener un modelo adecuado para estimar y pronosticar los rendimientos de las tasas de interés de los bonos gubernamentales mexicanos cupón cero.

### **Planteamiento metodológico e hipótesis**

La metodología utilizada para llevar a cabo la estimación en dos pasos se basa en una técnica similar a la utilizada por Yu y Zivot, quienes al igual que Diebold y Li, extendieron el modelo de Nelson-Siegel a una forma dinámica. Dichos autores hicieron una estimación en dos pasos, en donde los factores se permite que evolucionen a través del tiempo. Es decir, los factores  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$  y  $\beta_{3t}$  del modelo de Nelson-Siegel, así como los factores  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$ ,  $\beta_{3t}$  y  $\beta_{4t}$  del modelo de Nelson-Siegel-Svensson no fueron considerados para realizar predicciones de rendimientos futuros y por ello, originalmente, no se estudió su evolución en el tiempo.

La Figura A ilustra los tres factores que componen la curva de Nelson-Siegel (NS), en donde se puede apreciar el comportamiento de cada uno de ellos cuando el vencimiento,  $\tau$ , crece.

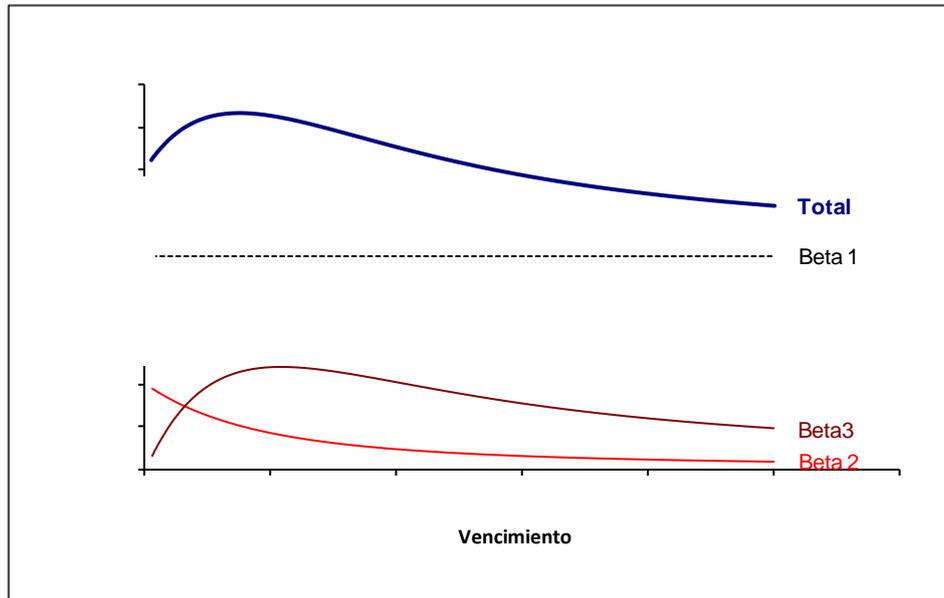


Figura A. Componentes de la curva de NS.

De igual forma, en la curva Total de la Figura B se nota un mayor efecto de curvatura, debido al factor adicional incorporado en el modelo de Nelson-Siegel-Svensson (NSS).

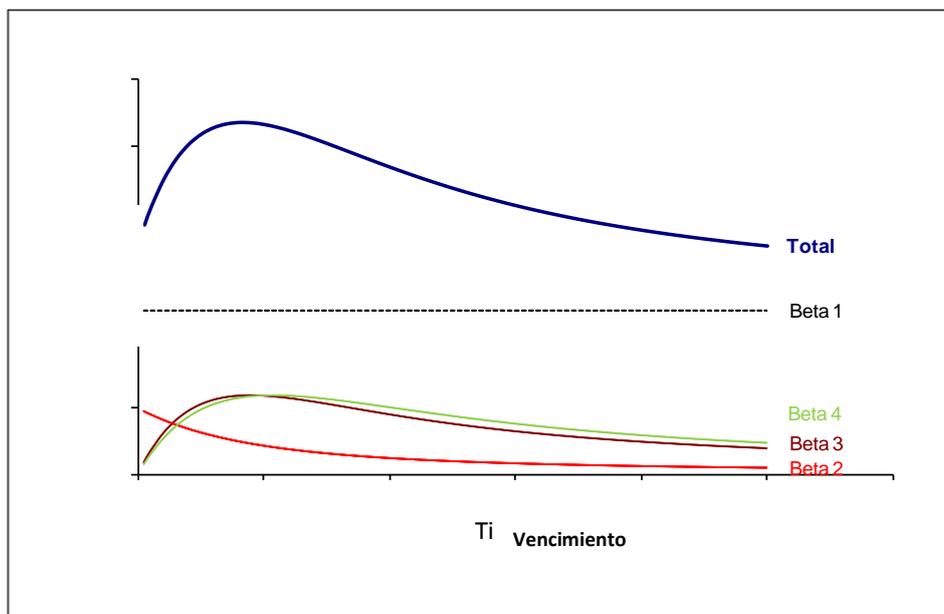


Figura B. Componentes de la curva de NSS

El primer paso de la metodología consiste en estimar valores para el factor de decaimiento (denotados como parámetros  $\lambda$ 's) que se considerarán fijos al realizar el pronóstico de los rendimientos. Los valores que se eligieron para tales parámetros fueron los que minimizaron el Error Cuadrático Medio con mayor frecuencia en las diferentes pruebas realizadas, lo cual se buscó para obtener un mejor ajuste global. Es importante mencionar que se analizó el impacto del orden de selección del factor lambda, comprobando así la hipótesis de Yu y Zivot que dice que una elección prudente de dicho factor puede mejorar la habilidad del modelo para pronosticar. Una vez fijados los valores de  $\lambda$  para el modelo de NS y los de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  para el modelo de NSS, se estimaron nuevamente los modelos para obtener los valores de los factores beta; estos fueron utilizados en el segundo paso. Dicho de otra forma, con el conjunto de rendimientos o datos empleados para cada una de las fechas del periodo de estudio, se estimaron los factores beta mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, para lo cual se

utilizaron como variables independientes los valores fijos de lambda obtenidos en el paso previo y los rendimientos de los bonos.

Al estimar los parámetros  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$  y  $\beta_{3t}$  en el caso del modelo de NS y de  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$ ,  $\beta_{3t}$  y  $\beta_{4t}$  en el del modelo de NSS, se tienen nuevos conjuntos de datos (tres y cuatro respectivamente) que serán analizados como series de tiempo, mediante el ajuste de procesos autorregresivos de orden uno, AR(1), y Vector Autorregresivo de orden uno, VAR(1), con los que será posible generar pronósticos de estos parámetros, y de esa manera obtener un modelo de predicción de los rendimientos.

La estimación a un paso de los parámetros se logra a través de una aproximación lineal gaussiana de un modelo de Espacio de Estados, tanto para el modelo de NS como para el de NSS, siendo de gran utilidad en esta parte el uso del filtro de Kalman, que produce estimaciones de máxima verosimilitud. Finalmente, se debe tener en cuenta que la estimación a un paso es mejor que la estimación a dos pasos, porque la estimación simultánea de todos los parámetros no considera errores que se pueden generar en la primera etapa.

### **Resumen de conclusiones**

Cabe recordar que el objetivo del estudio es obtener un modelo que permita ajustar y pronosticar la curva de los rendimientos cupón cero de los bonos mexicanos, con el fin de tener una curva completa que permita realizar una mejor valuación y medición de los riesgos, para la toma de decisiones y valuación de instrumentos. Dicho objetivo se logró al comparar los modelos de NS y de NSS mediante la estimación a dos pasos con aproximaciones AR(1) y VAR(1), y estimación a un paso mediante un modelo de Espacio de Estados. Una de las conclusiones de mayor importancia que surge de este trabajo es que **no necesariamente el modelo que mejor se ajusta al conjunto de datos, es el que produce los mejores pronósticos**, tal y como dedujeron previamente Yu y Zivot en su investigación.

En la estimación a dos pasos con aproximación AR(1) y estimación a un paso con modelo de Espacio de Estados y filtro de Kalman, el modelo de NS tuvo un comportamiento ligeramente mejor en el ajuste. De hecho, el mejor ajuste se logró con la estimación a un paso, llegando a ser 5.8 veces mejor al obtenido con el modelo de NSS con dos ejercicios (NSS-E1 y E2), que alcanzó el Error Cuadrático Medio más grande. En general, **la estimación a un paso produjo un mejor ajuste que la estimación a dos pasos**, confirmando la ventaja de estimar de manera simultánea los parámetros, sin perder precisión. La Figura C muestra los resultados obtenidos con la estimación a un paso.

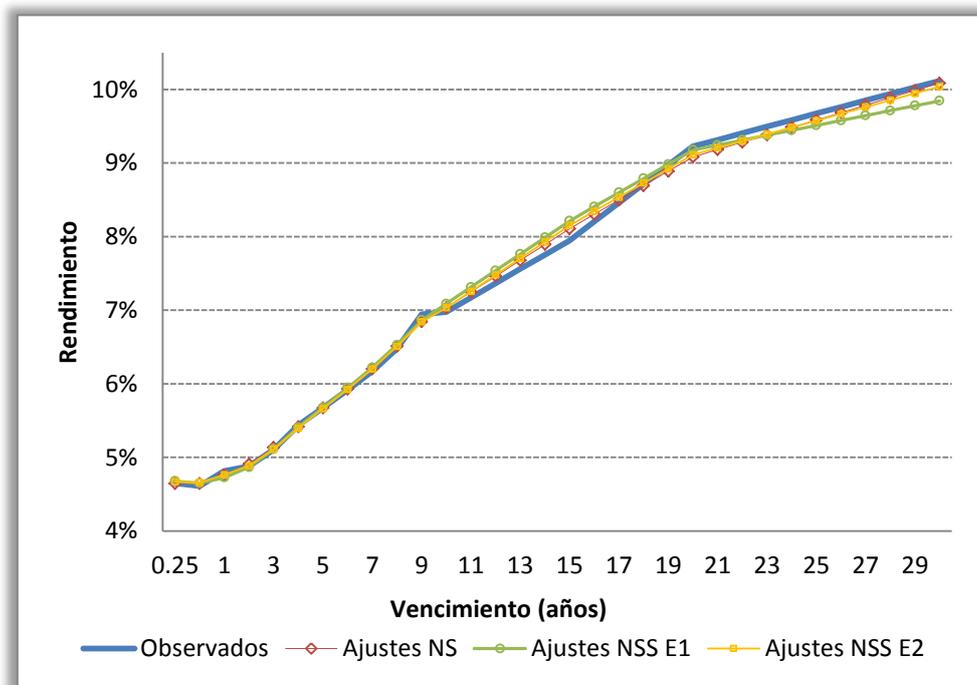


Figura C: Rendimientos observados y ajustados de los modelos de NS y de NSS (E1 y E2) con metodología de estimación a un paso, correspondientes a los bonos gubernamentales mexicanos cupón cero del 30 de diciembre de 2011.

Por su lado, el segundo ejercicio realizado con **el modelo de Nelson-Siegel-Svensson (NSS-E2) con aproximación VAR(1) fue el mejor para el caso de los pronósticos**, lo cual se puede apreciar en la Figura D.

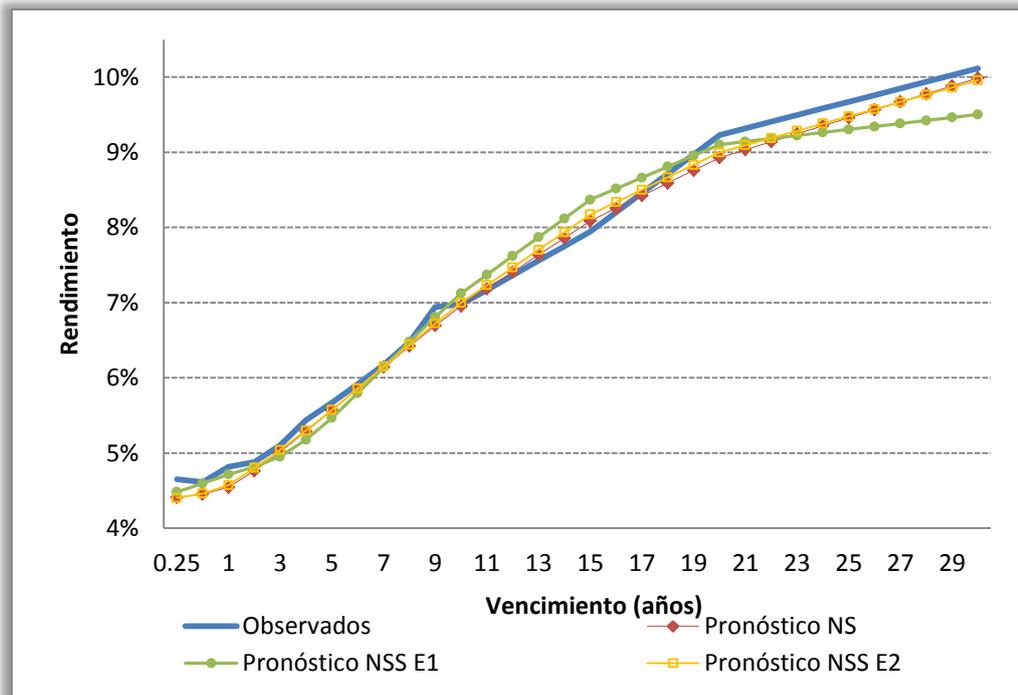


Figura D: Rendimientos observados y pronosticados de los modelos NS y NSS (E1 y E2) con estimación a dos pasos y aproximación VAR(1), correspondientes a los bonos gubernamentales mexicanos cupón cero del 30 de diciembre de 2011.

Entonces, se observa que tanto en los ajustes como en los pronósticos, **el modelo de NSS tiene un mejor comportamiento en la parte corta de la curva de rendimientos**, mientras que **el modelo de NSS con otros valores para  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , produce mejor ajuste y pronósticos en la parte larga de curva de tasas**. Este es un resultado de gran relevancia, ya que un mal pronóstico del nivel de tasas para los bonos de largo plazo, conlleva el riesgo de pérdidas relevantes debido a la exposición en estos instrumentos (riesgo de duración) y a su poca liquidez (riesgo de liquidez).

Finalmente, los resultados obtenidos en este trabajo sugieren **utilizar el modelo de NS con estimación a un paso para fines de ajuste de la curva de rendimientos**. En cambio, **para obtener pronósticos, la estimación a dos pasos con aproximación**

**VAR(1) produce los mejores resultados** con los dos modelos; sin embargo, los resultados dependen en gran medida del criterio utilizado para la elección de los valores de lambda que se mantienen fijas, con el fin de distinguir entre los modelos de NS y de NSS.